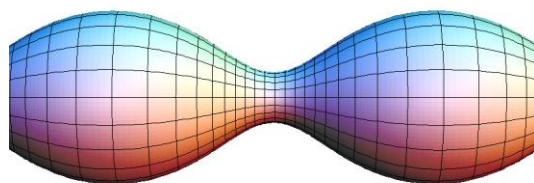
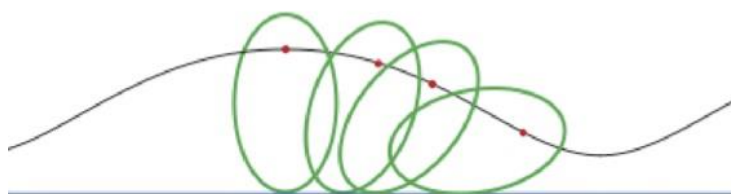


## Unduloid

Geomeetrias on unduloid või onduloid pind, mille keskmine kõverus on sama nullist erinev arv pinna igas punktis. See pind saadakse järgmiselt: fikseeritakse üks sirge  $s$  ning ellipsi üks fookustest. Nüüd pannakse ellips mööda sirget  $s$  veerema ning jäädvustatakse fikseeritud fookuse poolt läbitud trajektoor, milleks on teatav kõver (elliptiline aheljoon - inglise keeles „*elliptic catenary*“). See kõver pannakse lõpuks ümber sirge  $s$  pöörlema, mille tagajärjel tekibki unduloid kui kogum neist punktidest, mida elliptiline aheljoon ümber sirge  $s$  pööreldes läbib. Unduloid on tõestanud end ideaalsena modelleerimaks rakumembraane või polümeere. 1841. aastal tõestas Charles-Eugène Delaunay, et ainsad konstantse keskmise kõverusega pöördkehad kolmemõõtmelises ruumis on kehad, mis saadakse koonuslõigete poolt tekitatud kõverate pöörlemisel ümber sirge. Sellisteks kehadeks on tasand, silinder, sfäär, katenoid, unduloid ja nodoid.



Elliptiline aheljoon unduloidi puhul - punased täpid joonisel markerivad fikseeritud fookust.



Valemid:

Unduloidi saab parameetrilisel kujul kirjeldada kui järgmist punktihulka ruumis  $\mathbb{R}^3$ :

$\{(x(u), y(u)\cos(v), y(u)\sin(v)) : u, v \in \mathbb{R}\}$ , kus

$$x(u) = \int_0^u \sqrt{a^2 \sin^2(\phi) + b^2 \cos^2(\phi)} \, d\phi + \frac{\sqrt{a^2 - b^2} \sin(u)(\sqrt{a^2 - b^2} \cos(u) + a)}{\sqrt{a^2 \sin^2(u) + b^2 \cos^2(u)}} \quad \text{ja}$$

$$y(u) = \frac{b(\sqrt{a^2 - b^2} \cos(u) + a)}{\sqrt{a^2 \sin^2(u) + b^2 \cos^2(u)}}$$

Kasutatud kirjandus:

C. Delaunay, Sur la surface de révolution dont la courbure moyenne est constante, J. Math. Pures Appl., 6 (1841), 309–320

M. Hadzhilazova, I. M. Mladenov, J. J. Slawianowski. ON KENMOTSU TYPE PARAMETERIZATION OF DELAUNAY SURFACES. Proceedings of the Thirty Sixth Spring Conference of the Union of Bulgarian Mathematicians St. Konstantin & Elena resort, Varna, April 2–6, 2007

Valemid: [demonstrations.wolfram.com/TheUnduloid/](http://demonstrations.wolfram.com/TheUnduloid/)